
1. Caracterização da Unidade Curricular

1.1 Designação

[2751] Análise Vetorial e Equações Diferenciais / Vector Analysis and Differential Equations

1.2 Sigla da área científica em que se insere

CB

1.3 Duração

Unidade Curricular Semestral

1.4 Horas de trabalho

189h 00m

1.5 Horas de contacto

Total: 90h 00m das quais T: 45h 00m | TP: 45h 00m

1.6 ECTS

7

1.7 Observações

Unidade Curricular Obrigatória

2. Docente responsável

[1286] José Alberto de Sousa Rodrigues

3. Docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular

Não existem docentes definidos para esta unidade curricular

4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes)

Após aprovação na unidade curricular, o aluno deverá possuir a capacidade de:

1. Dominar os conceitos básicos de limite, continuidade e diferenciabilidade de campos escalares e vetoriais.
2. Resolver problemas em contextos de Matemática, Física e Engenharia envolvendo a derivada da função composta.
3. Dominar o cálculo de integrais múltiplos, identificando a representação geométrica do domínio e reconhecendo quais as coordenadas a utilizar.
4. Representar parametricamente linhas e superfícies.
5. Interpretar e resolver problemas de Engenharia recorrendo às propriedades e aos teoremas sobre integrais de linha e de superfície.
6. Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas reais.
7. Modelar situações reais usando campos escalares e/ou vetoriais.
8. Demonstrar conhecimentos básicos no domínio das equações diferenciais ordinárias, incluindo a resolução de algumas equações diferenciais de 1ª ordem.

**4. Intended learning outcomes
(knowledge, skills and
competences to be developed
by the students)**

Upon approval in this curricular unit, the student should be able to:

1. understand the basic concepts of limit, continuity and differentiability of scalar and vector fields;
2. solve problems in the context of Mathematics, Physics and Engineering involving the Chain Rule;
3. understand the calculus of multiple integrals, identifying the geometrical representation of the domain and the convenient coordinates to be used;
4. define parametric representations of lines and surfaces;
5. interpret and solve Engineering problems using properties and theorems relative to line and surface integrals;
6. use spacial reasoning and visualisation in the analysis and solution of real problems;
7. devise models for real situations using scalar and/or vector fields;
8. show a basic knowledge in the area of ordinary differential equations, including the solution of some differential equations of 1st order.

5. Conteúdos programáticos

1. Introdução aos campos escalares e vetoriais
 - 1.1 Noções topológicas em \mathbb{R}^n .
 - 1.2 Definição de campo escalar e vetorial.
 - 1.3 Domínios, conjuntos de nível e gráficos.
 - 1.4 Limites e continuidade.
2. Cálculo Diferencial em \mathbb{R}^n
 - 2.1 Derivada como aplicação linear para campos vectoriais; diferenciabilidade, matriz jacobiana.
 - 2.2 Derivada da função composta.
3. Cálculo Integral em \mathbb{R}^n
 - 3.1 Integrais duplos.
 - 3.2 Integrais triplos.
 - 3.3 Integrais de linha.
 - 3.4 Integrais de superfície.
4. Equações Diferenciais Ordinárias
 - 4.1 Generalidades: noção de equação diferencial, ordem, solução geral, problema de valores iniciais. Questão da existência e unicidade de solução.
 - 4.2 Resolução de alguns tipos de equações de 1ª ordem: variáveis separáveis, homogéneas, exactas, lineares.
 - 4.3 Aplicações.
 - 4.4 Equações diferenciais lineares.
 - 4.4.1 Propriedades gerais. Método da variação das constantes.
 - 4.4.2 Resolução de equações lineares de coeficientes constantes. Método dos coeficientes indeterminados.

5. Syllabus

1. Introduction to scalar and vector fields.
 - 1.1. Notions of topology in \mathbb{R}^n .
 - 1.2. Definition of scalar and vector fields.
 - 1.3. Domains, level sets and graphics.
 - 1.4. Limit and continuity.
2. Differential Calculus in \mathbb{R}^n .
 - 2.1. The derivative of a vector field as a linear mapping; differentiability, jacobian matrix.
 - 2.2. The Chain Rule.
3. Integral Calculus in \mathbb{R}^n .
 - 3.1. Double integrals.
 - 3.2. Triple integrals.
 - 3.3. Line integrals.
 - 3.4. Surface integrals.
4. Ordinary differential equations.
 - 4.1. Generalities: the notion of differential equation, order, general solution, initial value problem. Existence and uniqueness of solution.
 - 4.2. Solution of some 1st order equations: separable, homogeneous, exact and linear differential equations.
 - 4.3. Applications.
 - 4.4. Linear differential equations.
 - 4.4.1. General properties. Solution by variation of parameters.
 - 4.4.2. Linear equations with constant coefficients. Solution by undetermined coefficients.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os objetivos 1 e 2 são cumpridos nos capítulos 1 e 2 dos conteúdos programáticos. Aos objetivos 3 a 5 correspondem os conteúdos e exemplos práticos relativos ao capítulo 3. Os conteúdos programáticos dos capítulos 1 a 3, que podem incluir-se de forma genérica na área da Análise em \mathbb{R}^n , adequam-se particularmente ao cumprimento dos objetivos 6 e 7 em consequência da ênfase colocada nos exemplos com dimensão até $n=3$. O objectivo 8 está contemplado no capítulo 4 dos conteúdos programáticos.

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

Objectives 1 and 2 are fulfilled in chapters 1 and 2 of the syllabus. Objectives 3 to 5 correspond to the contents and practical examples related to chapter 3. The syllabus of chapters 1 to 3, which can be included in a generic way in the area of Analysis in \mathbb{R}^n , are particularly suitable for meeting objectives 6 and 7 as a result the emphasis placed on examples with dimensions up to $n=3$. Objective 8 is covered in chapter 4 of the syllabus.

**7. Metodologias de ensino
(avaliação incluída)**

Semanalmente as aulas dividem-se em teóricas e práticas. Nas primeiras o docente apresenta e discute a operacionalização dos conceitos previstos. Nas segundas prevê-se a resolução, por iniciativa do aluno e com o apoio do docente, de um conjunto de problemas previamente estabelecido para a consolidação do estudo dos conceitos. O material didático é disponibilizado aos alunos, por via electrónica, desde o início do semestre.

A avaliação da unidade curricular baseia-se na **avaliação distribuída com exame final**.

Avaliação distribuída: Realização de dois testes escritos (**TE**).

Exame Final: Realização de um exame escrito. Os estudantes estão dispensados do exame final, caso obtenham avaliação positiva nos testes de avaliação.

Classificação Final: A classificação individual do estudante corresponde à média aritmética da classificação dos dois testes de avaliação distribuída ou à classificação obtida no exame (mínimo de 9,5 valores para aprovação).

**7. Teaching methodologies
(including assessment)**

Weekly classes are divided into theoretical and practical. In the first one, the teacher presents and discusses the operationalization of the predicted concepts. On seconds ones, a set of problems is expected to be resolved, by the student's initiative with the teacher's support, previously established to consolidate the study of concepts. The teaching material is made available to students electronically from the beginning of the semester.

The assessment of the course is based on a **distributed assessment with a final exam**.

Distributed assessment: Completion of two written tests.

Final exam: Single written exam. Students are exempt from the final exam if they pass the assessment tests.

Final Grade: The student's individual grade corresponds to the arithmetic mean of the grade of the two distributed assessment tests or the grade obtained in the exam (minimum of 9.5 for approval).

**8. Demonstração da coerência
das metodologias de ensino
com os objetivos de
aprendizagem da unidade
curricular**

A natureza matemática desta unidade curricular requer uma abordagem lectiva que respeite, por um lado, o rigor formal, por outro a interpretação intuitiva e, finalmente, a familiarização com os conteúdos programáticos e consolidação do seu estudo através da prática e das aplicações. A separação das aulas teóricas e práticas pretende estabelecer uma transição ritmada com base semanal entre estes momentos de aprendizagem. A ênfase é colocada nos dois primeiros aspectos durante as aulas teóricas no princípio da semana e no terceiro nas aulas práticas subsequentes. Este ritmo subentende também uma transição gradual da iniciativa do docente para o aluno, em consonância com os objetivos da unidade curricular. Para este efeito, o agendamento prévio das matérias e das fichas de trabalho semanal é essencial e permite reforçar, nos alunos, o hábito do planeamento e conclusão consequente do seu trabalho.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes

The mathematical nature of this curricular unit requires a teaching approach that respects, on the one hand, formal rigor, on the other, intuitive interpretation and, finally, familiarization with the syllabus and consolidation of its study through practice and applications. A separation of theoretical and practical classes is intended to establish a rhythmic transition on a weekly basis between these learning moments. Emphasis is placed on the first two aspects during the lectures at the beginning of the week and on the third in subsequent practical classes. This rhythm also implies a gradual transition from the teacher's initiative to the student's, in line with the objectives of the course. To this end, the prior scheduling of subjects and weekly worksheets is essential and helps to reinforce in students the habit of planning and consequent completion of their work.

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

J. A. Rodrigues: Curso de Análise Matemática Cálculo em \mathbb{R}^n , Editora Principia, 2008
R. Adams, Calculus: a complete course, Adison Wesley, 1999.
M. Braun, Differential Equations and their Applications, Springer, 1979.

10. Data de aprovação em CTC 2024-07-17

11. Data de aprovação em CP 2024-06-26