

---

## 1. Caracterização da Unidade Curricular

### 1.1 Designação

[3978] Álgebra e Geometria / Algebra and Geometry

### 1.2 Sigla da área científica em que se insere

MAT

### 1.3 Duração

Unidade Curricular Semestral

### 1.4 Horas de trabalho

162h 00m

### 1.5 Horas de contacto

Total: 95h 00m das quais TP: 90h 00m | O: 5h 00m

### 1.6 ECTS

6

### 1.7 Observações

Unidade Curricular Obrigatória

---

## 2. Docente responsável

[1712] Sónia Raquel Ferreira Carvalho

---

## 3. Docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular

[1712] Sónia Raquel Ferreira Carvalho | Horas Previstas: 90 horas

---

## 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes)

Os estudantes que terminam com sucesso esta unidade curricular deverão ser capazes de:

1. Operar com matrizes, determinantes e resolver sistemas de equações lineares.
2. Identificar estruturas vetoriais e afins.
3. Dominar conceitos de cálculo vetorial (produto interno, norma, produto externo) e as suas aplicações à geometria analítica.
4. Identificar as transformações geométricas básicas e operar matricialmente com elas.
5. Determinar valores e vetores próprios e diagonalizar uma matriz/transformação linear.
6. Calcular fatorizações de matrizes.
7. Usar ferramentas computacionais na resolução de problemas de álgebra, geometria e a suas aplicações.

---

**4. Intended learning outcomes  
(knowledge, skills and  
competences to be developed  
by the students)**

Students who successfully complete this course unit should be able to:

1. Perform computations with matrices and determinants and solve systems of linear equations.
2. Recognize vector and affine spaces.
3. Understand the key concepts of vector calculus (inner and cross product) and its applications to coordinate geometry.
4. Identify basic geometric transformations and know how to compute with them using matrices.
5. Compute eigenvalues and eigenvectors and diagonalize matrices.
6. Factorize matrices.
7. Use computational tools to solve problems in algebra, geometry and their applications.

---

**5. Conteúdos programáticos**

1. Matrizes: operações com matrizes, aplicação ao estudo e resolução de sistemas de equações lineares, inversão de matrizes.
2. Determinantes: definição e propriedades, métodos de cálculo (Teorema de Laplace, cálculo abreviado).
3. Espaços vetoriais: definição e exemplos, combinações lineares, subespaços vetoriais, dependência linear, base e dimensão, mudança de base.
4. Cálculo vetorial: produto interno, norma, ângulo; produto externo, produto misto e aplicações ao cálculo de áreas e volumes; método de ortogonalização de Gram-Schmidt.
5. Espaços afins: definição e exemplos; espaços euclidianos e aplicações do cálculo vetorial à geometria analítica.
6. Transformações geométricas: transformações lineares e afins, representação matricial; análise das isometrias e semelhanças do plano e do espaço tridimensional.
7. Fatorizações de matrizes: cálculo de valores e vetores próprios e diagonalização; fatorizações clássicas e as suas aplicações à geometria.

---

**5. Syllabus**

1. Matrices: matrix operations, systems of linear equations, inverse of a matrix.
2. Determinants: definition, properties, methods of evaluating determinants.
3. Vector spaces: definition and examples, subspaces, generating sets, linear dependence, basis and dimension, change of basis.
4. Vectorial calculus: inner product, norm, angles; cross product, scalar triple product and geometrical applications.
5. Affine and euclidean spaces: definition and examples; applications of vector calculus to coordinate geometry.
6. Linear and affine transformations: definition and examples; matrix representations; isometries and similarities in plane and tridimensional geometry.
7. Matrix factorizations: eigenvalues, eigenvectors and diagonalization; classical factorizations; applications to geometry.

---

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

Nas áreas das ciências e engenharia, os conceitos e ferramentas de álgebra linear e de geometria analítica são amplamente utilizadas. Esta unidade curricular pretende dar uma formação básica em álgebra linear (objetivos 1, 2, 4, e 5 cumpridos nos conteúdos programáticos 1, 2, 3, 5, 6 e 7) e geometria analítica (objetivos 3 e 4 cumpridos nos conteúdos programáticos 5, 6 e 7) com especial ênfase na linguagem de teoria de matrizes (objetivos 1, 4, 5 e 6 cumpridos nos conteúdos programáticos 1, 6 e 7) e no uso de ferramentas computacionais (objetivo 7, transversal ao curso).

---

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes**

Tools from Linear Algebra and Analytic Geometry are widely used in modeling throughout science and engineering. The curricular unit aims to provide basic knowledge in linear algebra (learning outcomes 1, 2, 4 and 5 are covered by sections 1, 2, 3, 4, 6 and 7 of the syllabus), coordinate geometry (learning outcomes 3 and 4 are covered by sections 5, 6 and 7 of the syllabus). Special emphasis will be given to matrix theory (learning outcomes 1, 4, 5, 6 are covered by sections 1, 6, 7 of the syllabus) and computational tools (learning outcome 7, which is common to the whole program).

---

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída)**

Nas aulas teórico-práticas são apresentados os conceitos teóricos acompanhados de exemplos/exercícios concretos de aplicação e à resolução de problemas, individualmente ou em grupo, nos quais é dado especial ênfase a problemas aplicados.

A avaliação dos objetivos de aprendizagem (1) a (7) é realizada através de avaliação distribuída com exame final.

Os elementos da avaliação distribuída são a classificação (NP1) obtida na realização de trabalhos práticos durante o período de aulas (entre 8-10 mini-testes) e a classificação (NP2) obtida num trabalho de grupo (3 a 5 alunos). A classificação final do aluno, NF, será obtida através da fórmula:  $NF=0,75NE+0,15NP1+0,10NP2$ , em que NE designa a nota no exame final. Para obter aprovação na U.C. o aluno deve obter uma nota mínima de 9.50 valores em NE e em NF.

---

**7. Teaching methodologies (including assessment)**

Teaching methodologies include lectures where the material in the syllabus is explained along with examples and exercises involving concrete applications of the lectures are solved.

The learning objectives of (1) to (7) will be evaluated through distributed assessment with a final exam. Distributed assessment comprises the grade (NP1) obtained in practical works during term time (8-10 quizzes) and the grade (NP2) obtained in a group project (3 to 5 students). The student's final grade, NF, will be computed via the formula  $NF=\max\{NE,0.75NE+0.15NP1+0.10NP2\}$ , where NE represent the classification in the final exam. In order to pass this course, the student should obtain a minimum grade of 9.50 in NE and NF.

---

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

Nas aulas teórico-práticas são expostos os conteúdos programáticos e são fornecidas listas de exercícios diversificados e com diferentes graus de dificuldade que permitem ao aluno acompanhar todos os tópicos da matéria (objetivos de 1 a 6).

Os exercícios realizados durante as aulas permitem ao aluno consolidar os seus conhecimentos e desenvolver as suas capacidades ao nível da autonomia e da modelação e resolução de problemas (objetivos 1 a 7). A inclusão de problemas que recorram a ferramentas computacionais permite ao aluno familiarizar-se com estas em situações relativamente simples, adequadas à fase inicial do curso (objetivo 7).

O exame final avalia o cumprimento dos objetivos de 1 a 6 e os elementos da avaliação distribuída avaliam o cumprimento dos objetivos 1 a 6 e também o objetivo 7. O recurso a trabalhos periódicos e trabalho de grupo para avaliação permite um melhor acompanhamento do desenrolar da matéria e desenvolve as capacidades de análise, reflexão e crítica do aluno.

---

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes**

The lecture/recitations present the theory and illustrate the solution of diverse types of problems with varying degree of difficulty. This combination will help the student follow the material presented in class (achievement of goals 1 through 6).

The exercises carried out during classes allow the students to consolidate their knowledge and develop their autonomy in problem modeling and solving (goals 1-7). The inclusion of simple appropriate problems for beginning students, requiring the use of computational tools, will serve to familiarize them with these tools (goal 7).

The final exam assesses the achievement of goals 1 through 6. The practical works and the group project assess too the achievement of goals 1 through 6, as well as goal 7. These practical elements will help the student follow the material presented in class and develop their analytical and critical thinking skills.

---

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória**

1. Anton H. e Rorres C. (2012). *Álgebra Linear com Aplicações*. (10ª ed). Bookman.
2. Axler A. (2015). *Linear Algebra Done Right*. UTC, Springer Verlag.
3. Larson R. (2017). *Elementary Linear Algebra - Metric Version*. (8ª ed). Brooks Cole.
4. Poole D. (2014). *Linear Algebra: a modern introduction*. (4ª ed). Brooks Cole.
5. Strang G. (2006). *Linear Algebra and its Applications*. (4ª ed). Cengage Learning.
6. Treil S. (2017). *Linear Algebra Done Wrong*. (Disponível on-line). Brown University.

---

**10. Data de aprovação em CTC** 2024-07-17



Ficha de Unidade Curricular A3ES  
Álgebra e Geometria  
Licenciatura em Matemática Aplicada à Tecnologia e à Empresa  
2024-25

---

11. Data de aprovação em CP 2024-06-26