

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

1. Caracterização da Unidade Curricular.

- 1.1. **Designação da unidade curricular** (1.000 carateres).
Cálculo das Variações /
Calculus of Variations
- 1.2. **Sigla da área científica em que se insere** (100 carateres).
MAT
- 1.3. **Duração¹** (100 carateres).
Semestral
- 1.4. **Horas de trabalho²** (100 carateres).
162h
- 1.5. **Horas de contacto³** (100 carateres).
TP – 67,5h
- 1.6. **ECTS** (100 carateres).
6
- 1.7. **Observações⁴** (1.000 carateres).
- 1.7. **Remarks** (1.000 carateres).

2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres). Maria Isabel Esteves Coelho - 33,75h

3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres). Filipe Santiago Cal - 33,75h

4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

Os alunos que terminam com sucesso esta unidade curricular serão capazes de:

1. Identificar o quadro funcional correspondente às equações de Euler-Lagrange;
2. Compreender o formalismo variacional de problemas clássicos do cálculo das variações;
3. Compreender os conceitos e resultados fundamentais das topologias fracas;
4. Conhecer os espaços de Sobolev e as suas propriedades;
5. Aplicar o método directo do cálculo das variações.

4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).

The students that are approved in this curricular unit should be able to:

1. Identify the functional framework corresponding to Euler-Lagrange equations;
2. Recognize the variational formalism for classical problems from the calculus of variations;
3. Understand the fundamental concepts and results on weak topologies;
4. Recognize Sobolev spaces and their properties;
5. Apply the direct method in the calculus of variations.

5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

1. Funcionais. Derivadas de Fréchet e de Gâteaux. Primeira e segunda variação. Condições necessárias para a existência de extremos relativos de um funcional. Equação de Euler-Lagrange.

2. Problemas clássicos do cálculo das variações: geodésicas, braquistócrona, catenária, problema isoperimétrico, superfícies de revolução mínimas.
3. Topologias fracas. Espaços L^p .
4. Espaços de Sobolev. Teoremas de imersão. Compacidade.
5. Derivadas fracas. Formulação variacional de problemas com condições aos limites.
6. Coercividade, convexidade e semi-continuidade. Método directo do cálculo das variações.

5. Syllabus (1.000 characters).

1. Functionals. Fréchet and Gâteaux derivatives. First and second variations. Necessary conditions for extrema of a functional. Euler-Lagrange equation.
2. Classical problems in the calculus of variations: geodesics, brachistochrone, catenary, isoperimetric problem, minimal surfaces of revolution.
3. Weak topologies. L^p spaces.
4. Sobolev spaces. Embedding theorems. Compactness.
5. Weak derivatives. Variational formulation of boundary value problems.
6. Coercivity, convexity and semicontinuity. Direct method in the calculus of variations.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

Os conteúdos programáticos são coerentes com os objetivos da unidade curricular, atendendo a que:
 Os pontos 1 e 5 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar o ponto 1 dos objetivos;
 O ponto 2 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 2 dos objetivos;
 O ponto 3 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 3 dos objetivos;
 O ponto 4 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 4 dos objetivos;
 O ponto 6 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 5 dos objetivos.

6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The coherence of the syllabus with the curricular goals is assured, since:
 Topics 1 and 5 of the syllabus implement the 1st learning goal;
 Topic 2 of the syllabus implements the 2nd learning goal;
 Topic 3 of the syllabus implements the 3rd learning goal;
 Topic 4 of the syllabus implements the 4th learning goal;
 Topic 6 of the syllabus implements the 5th learning goal.

7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

Ensino teórico-prático, com 45 aulas por semestre, correspondentes a 67.5 horas de contacto. O tempo total de trabalho do aluno é de 162 horas. Usa-se metodologia expositiva para apresentação dos quadros teóricos de referência, complementada com a análise e resolução de exercícios práticos por parte dos alunos. O estudo individual deve ser complementado com a leitura da bibliografia indicada e com a resolução de exercícios e problemas disponibilizados pelos docentes. Avaliação por exame, com a duração de 2h30. Consideram-se aprovados os alunos que tiverem nota maior ou igual a 9.5 valores.

7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

Theoretical and practical teaching, with 45 classes per semester, corresponding to 67.5 contact hours. The total work time of a student is 162 hours. Expository methodology is used to present the theoretical framework, combined with the analysis and resolution of practical exercises by the students. Individual study should be accompanied by the recommended bibliography and the resolution of exercises and problems proposed by the teachers. Evaluation by exam, with the duration of 2.5 hours. Approval requires a minimum marks of 9.5 points.

8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).

As metodologias de ensino são coerentes com os objectivos da unidade curricular uma vez que, à exposição teórica e formal dos conceitos e resultados, se associa a sua concretização em contexto real. A análise e resolução de exercícios teóricos-práticos facilita a compreensão dos resultados fundamentais da teoria e permite aos alunos ganharem experiência na formalização da intuição matemática. O estudo de problemas clássicos do cálculo das variações permite aos alunos perceber como aplicar os conhecimentos adquiridos em situações reais. A bibliografia e os materiais de apoio disponibilizados permitem aos alunos acompanhar convenientemente todos os tópicos da matéria e são um valioso instrumento de estudo individual.

8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes
(3.000 characters).

Coherence of teaching methodologies and learning outcomes are assured, as formal and theoretical concepts are associated with their realization in a real life context. The analysis and resolution of theoretical and practical exercises promote the understanding of the fundamental results of the theory and allow students to obtain experience in formalizing mathematical intuition. The study of classical problems from the calculus of variations allows students to understand how to apply the knowledge they acquire in real life situations. The references and the material provided allow students to conveniently follow all topics in the syllabus, constituting a valuable instrument for individual study.

9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).

- Haim Brezis, *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*, Springer-Verlag, New York, 2011
- Lawrence C. Evans, *Partial Differential Equations*, Second Edition, American Mathematical Society, 2010
- Enrico Giusti, *Direct Methods in the Calculus of Variations*, World Scientific, 2003
- Hans Sagan, *Introduction to the Calculus of Variations*, Dover, 1969

1 Anual, semestral, trimestral, ...

2 Número total de horas de trabalho.

3 Discriminadas por tipo de metodologia adotado (T - Ensino teórico; TP - Ensino teórico-prático; PL - Ensino prático e laboratorial; TC - Trabalho de campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação tutorial; O - Outro).

4 Assinalar sempre que a unidade curricular seja optativa.